

Biegebeanspruchungen im Fokus

Die Durchbiegung fix berechnet

Jedes mit einer Kraft beaufschlagte Bauteil wird deformiert. Damit technische Produkte, wie beispielsweise Gabelstapler oder Krane nicht überlastet werden, muss die Durchbiegung der die Last aufnehmenden Träger berechnet werden. Das gelingt von Hand oder mittels Finite-Elemente-Methode (FEM). Ein Vergleich zeigt, ob es hier große Unterschiede bezüglich der errechneten Ergebnisse gibt.

Das Heben von Lasten ist in der Technik eine oft alltägliche Aufgabenstellung. In diesem Kontext ist es natürlich interessant zu wissen, um wie viel Millimeter sich beispielsweise der Ausleger eines Kranes verbiegt, wenn an diesen eine bestimmte Last aufgebracht wird. Mit entsprechenden Formeln ist dies rasch errechnet. Dazu muss das Profil des Kranes vermessen werden, das für den Ausleger verwendet wurde, damit der Elastizitätsmodul νE sowie das Flächenmoment 2. Grades νI_x aus Tabellen ermittelbar ist.

Der Elastizitätsmodul E ist eine Zahl, die den Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung eines Bauteils ausdrückt. Der Wert ist umso größer, je mehr Widerstand ein Werkstoff seiner elastischen Verformung entgegengesetzt. Er kann per Zugprüfung des Materials ermittelt werden, hat die Einheit N/mm^2 und wird üblicherweise aus Tabellenbüchern entnommen. Das Flächenmoment 2. Grades ist eine geometrische Größe, die aus dem Querschnitt eines Körpers abgeleitet und in ν Länge 4 , beispielsweise m^4 angegeben wird. Auch dieser Wert wird vorzugsweise Tabellenbüchern entnommen. Damit die

Durchbiegung korrekt berechnet werden kann, ist es wichtig zu wissen, wie sich ein Träger bei Belastung in der X- beziehungsweise Y-Achse durchbiegt. Dies ist aus den Angaben der Tabellenbücher unter Umständen nicht klar ersichtlich. Daher sei erwähnt, dass eine Krafterwirkung entlang der Y-Achse den Träger um die X-Achse verbiegt. Hingegen wird der Träger um die Y-Achse verbogen, wenn die Kraft entlang der X-Achse wirkt.

Entscheidende Anordnung

Üblicherweise werden Doppel-T-Träger für Krane derart angebracht, dass die Kraft in Richtung Y-Achse wirkt, der Träger also um die X-Achse verformt wird. Der Grund ist, dass in dieser Lage das Trägerprofil stabiler ist. Wenn für einen Kran ein Doppel-T-Träger ν IPB100 ν verwendet wird, so kann aus Tabellenbüchern entnommen werden, dass das Flächenmoment 2. Grades (I_x) für diesen Träger 450 cm^4 beträgt. Sollte der Träger aus dem Baustahl S235JR gefertigt sein, so beträgt das Elastizitätsmodul dafür 206000 N/mm^2 . Ist der Trä-

ger beispielsweise zwei Meter lang und soll dieser an seiner maximalen Länge mit einer Kraft F von 500 N belastet werden, was circa 51 Kilogramm entspricht, so beträgt die Durchbiegung $1,4383 \text{ Millimeter}$. Die Formel zur Berechnung der Durchbiegung um die X-Achse lautet:

$$f = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I_x}$$

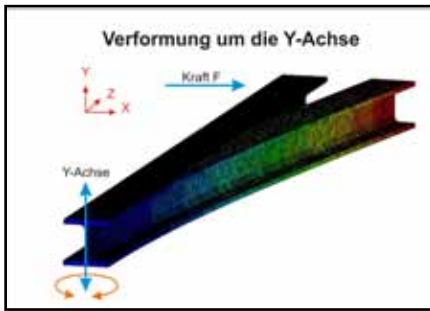
$$f = \frac{500 \cdot 200^3}{3 \cdot 20600000 \cdot 450}$$

Zu beachten ist, dass die Länge l des Trägers in cm und der Elastizitätsmodul E in N/cm^2 anzugeben sind, um ein korrektes Ergebnis zu erhalten. Nun soll zum Vergleich noch untersucht werden, um welchen Betrag der Träger verbogen wird, wenn die Kraft in der X-Achse einwirkt. Dies soll darlegen, dass es seinen Grund hat, dass Träger nur in hochkant stehender Weise für Krane verwendet werden. Grundsätzlich ändert sich an der eben genutzten Formel nichts. In diese muss lediglich das passende Flächenmoment 2. Grades I_y statt I_x eingetragen werden. Die Berechnung ergibt $3,8757 \text{ Millimeter}$, was zeigt, dass die Durchbiegung um die Y-Achse deutlich größer ausfällt.

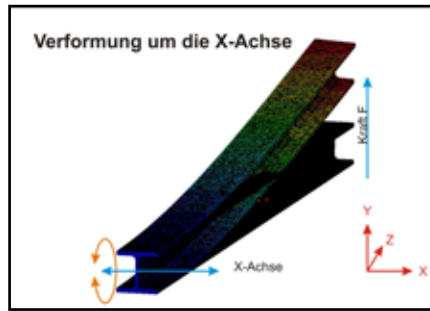
Im Fall großer Krankonstruktionen sind solche Berechnungen entsprechend zeitaufwendig, weshalb sich eine Berechnung per FEM anbietet. Dafür ist das kostenlose FEM-Programm ν Z88 Aurora ν zumindest für Einsteiger bestens geeignet. Zu diesem Zweck muss zunächst der Stahlträger nach Norm mittels eines 3D-CAD-Programms gezeichnet werden. Dafür eignet sich jedes 3D-Programm sofern es in der Lage ist, den erstellten Körper im Step- oder STL-Format zu exportieren, da nur diese Formate von Z88 Aurora fehlerfrei eingelesen werden. Nachdem das FEM-Programm betriebsbereit ist und der Träger importiert wurde, muss um den 3D-Körper ein Netz gelegt werden. Dies ist ein Merkmal jeden FEM-Programms,



Krane sind sicherheitskritische Produkte, deren Konstruktion exakt den auftretenden Belastungen angepasst sein muss. Konstrukteure sind daher angehalten, vorab das passende Profil auszuwählen, das den auftretenden Kräften standhält.



Eine in der X-Achse wirkende Kraft sorgt dafür, dass sich ein Profil um die Y-Achse verformt.



Wirkt die Kraft F in der Y-Achse auf das Profil ein, so wird dieses um die X-Achse verformt.

IPB	Für die Biegeachse			
	X-X	Y-Y	X-X	Y-Y
	Ix cm ⁴	Iy cm ⁴	Wx cm ³	Wy cm ³
100	450	89,9	167	33,5
120	864	144	318	52,9
140	1510	216	550	78,5
160	2490	311	889	111
180	3830	426	1360	151
200	5700	570	2000	200
220	8090	736	2840	258
240	11260	938	3920	327
260	14920	1150	5130	395
280	19270	1380	6590	471
300	25170	1680	8560	571

Die Werte für Flächenmomente 2. Grades zum Berechnen der Durchbiegung sind aus Tabellenbüchern zu entnehmen.

da dieses Netz herangezogen wird, die Einwirkung der Kraft auf das Teil zu berechnen.

Da der Träger relativ groß beziehungsweise lang ist, wird ein entsprechend umfangreiches Netz darübergelegt, was schwächliche Rechner in die Knie zwingt. Der eigene PC sollte daher über eine leistungsstarke Grafikkarte sowie mindestens 8 GB RAM verfügen. Natürlich sollte der Prozessor ebenfalls aktuell sowie potent sein, um die Antwortzeiten in einem akzeptablen Rahmen zu halten. Kurz: Rechenpower ist Pflicht!

ten Teils verteilt sein. Vor der Definition der Randbedingungen ist zunächst das Zusammenfassen der entsprechenden Knoten in sogenannten »Sets« erforderlich.

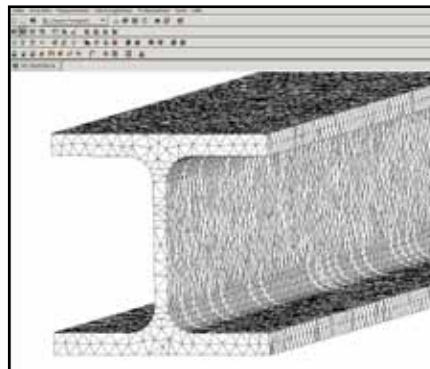
Bei diesem als „Picken“ bezeichneten Prozess genügt es, wenn die beiden Enden des Trägers dazu angewählt werden. Ein Ende des Trägers dient als Festhaltung, das andere Ende zum Aufbringen der Kraft in X beziehungsweise Y-Richtung. Auf diese Weise wird mit der maximalen Länge des Trägers gerechnet. Dadurch werden zu große Abweichung

zur händisch durchgeführten Berechnung vermieden. Nachdem nun festgelegt wurde, wo die Kraft wirkt und die Festhaltung sitzt, muss dem Netz noch ein Material zugewiesen werden, damit Z88 Aurora den Einfluss der Kraft korrekt berechnet. Dazu die Datenbank anwählen und den Baustahl »S235JR« (Nummer 1.0037) auswählen und zuweisen. Zum Schluss müssen noch jeweils die Festhaltung sowie die Kräfte für die vorher erzeugten Sets definiert werden, die auf den Träger beziehungsweise das Netz einwirken.

Damit die nachfolgende Berechnung korrekt erfolgt, muss in diesem Beispiel unbedingt darauf geachtet werden, dass jeweils nur eine Kraft aktiv ist, um eine schiefe Biegung des Trägers zu verhindern. Dies kann durch Anklicken der entsprechenden Häkchen neben dem Namen der Kräfte eingestellt werden. Nachdem die Vorarbeit getätigt ist, kann Z88Aurora die FEM-Berechnung durchführen. Dazu wird der Solvertyp »Pardiso« und die Festigkeitshypothese »GEH« gewählt. Nach einem Klick auf »Berechnungen« beginnt die Berechnung, die je nach Recherausstattung einige Zeit dauern kann. Wurde der Rechenlauf erfolgreich durchlaufen, kann das Ergebnis betrach-

Die Maschen müssen passen

Das über den Träger zu stützende Netz muss eine bestimmte Feinheit besitzen, damit die Berechnungen mit einer annehmbaren Genauigkeit erfolgen. Grundsätzlich ist es so, dass beim Vorhandensein dünner Objekte auch das Netz fein sein muss. Im Umkehrschluss gilt: Je weniger fein gegliedert das Objekt, desto gröber kann das Netz sein, was der Rechengeschwindigkeit zugutekommt. Faustregel: Mindestens drei Knoten sollten über die schmalste Stelle des vernetz-



Das FEM-Programm »Z88 Aurora« legt über einen 3D-Körper ein Netz, das zur Berechnung der Durchbiegung dient.



GRESSEL 
Spanntechnik

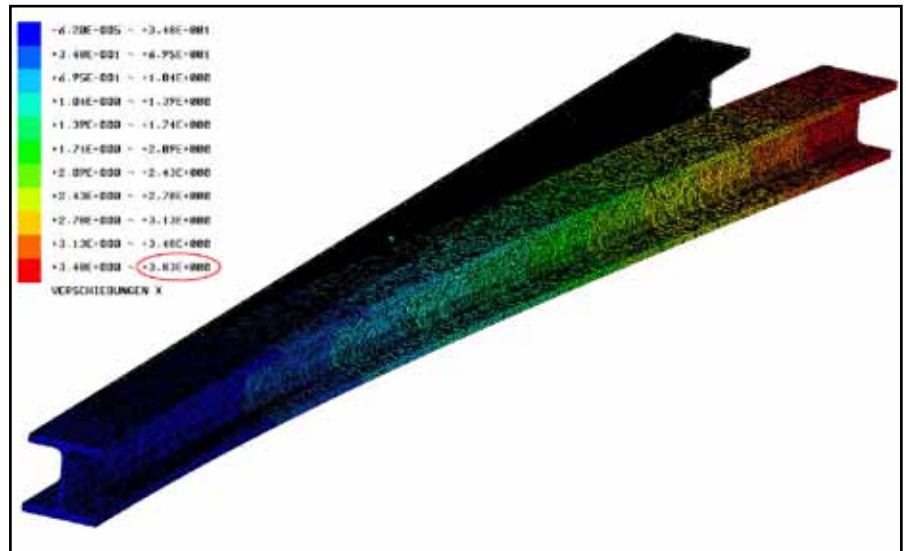
grepos-5X

- mechanische Kraftverstärkung
- 1. + 2. Seitenbearbeitung möglich
- 100% Kapselung und Schnellverstellung
- optimale Zugänglichkeit
- vielseitige Einsatzmöglichkeiten

01.03. - 30.11. | Di. - So. | 10:00 - 18:00
Feiertags und Juni - Sept. auch montags geöffnet



| über 150 Großgeräte
| auf 10.000 m²
| Panzer, Geschütze
| Begehbarer Panzer
| Uniformen, Spielzeug
| Ausrüstung
| Orden
| Waffen
| Multimediaguide
| Führungen



Der per FEM berechnete Wert von 3,83 mm für die Verbiegung um die Y-Achse deckt sich fast mit dem manuell errechneten Wert von 3,875 mm.

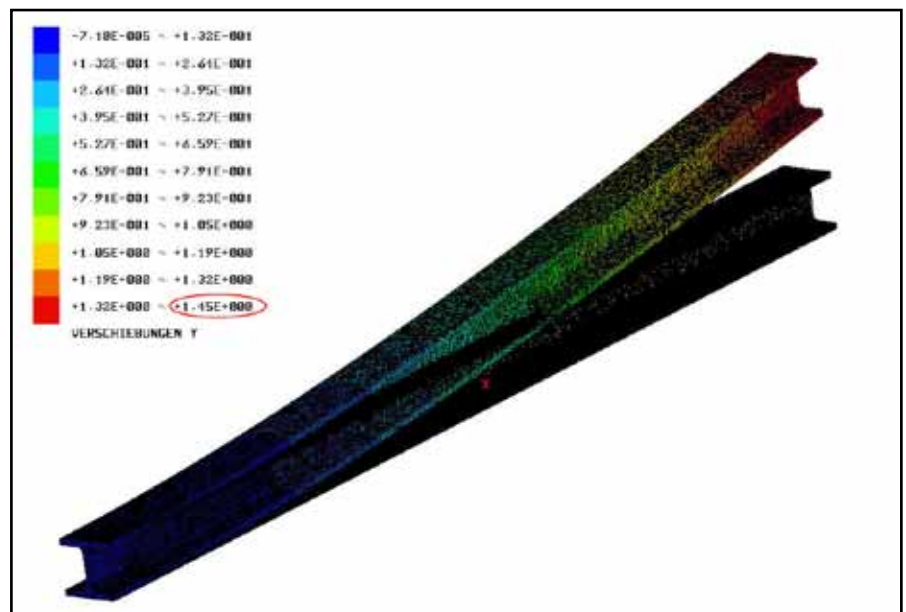
tet werden. Dazu muss der sogenannte »Postprozessor«-Button betätigt werden. Im sich nun öffnenden Fenster kann ein bunter Träger bewundert werden, der sich bei Klick auf den Radio-Button »Verformt« sowie Bewegen des Schiebers im Bereich »Skalierung« sogar animieren lässt. Vorausgesetzt natürlich, dass unter »Ergebnisse« die passende Auswahl stattgefunden hat: Wurde die Kraft in der X-Achse aufgebracht, muss »Verschiebung X« angewählt werden, ansonsten »Verschiebung Y«, wenn die Kraft in der Y-Achse wirkte.

Wie schon erwähnt, ist der Träger mit verschiedenen Farben eingefärbt. Blau ist die Festhaltung, Rot der Bereich, an dem die Kraft wirkt. Diese Farben finden sich auch neben dem berechneten Ergebnis,

das aus vielen Zwischenergebnissen besteht. Eine bestimmte Farbe gehört zu einem bestimmten Bereich beziehungsweise Zahlenwert. Blau drückt aus, dass hier nahezu keine Verformung stattfindet, während bei der roten Farbe die größte Verformung zu beobachten ist. Die größte, in der Tabelle unten rechts stehende, Zahl repräsentiert die maximale Verschiebung bei der gewählten Kraft.

Wenn man nun die händisch gewonnenen Berechnungsergebnisse mit den Ergebnissen des FEM-Rechenlaufes vergleicht, kann man feststellen, dass die Abweichungen nur minimal sind, mithin beide Verfahren sich optimal ergänzen.

uni-bayreuth.de



Fast identische Werte gibt es beim Berechnen der Durchbiegung um die X-Achse: Der FEM-Wert beträgt 1,45 mm, während der manuell berechnete Wert 1,44 mm beträgt.